

AllGah! - kouzelný turniket



© 2022 Čeněk Svoboda & friends

(nevíš? googluj! nechápeš? přeskoč a vrať se!)

1) Úvod

Bylo nebylo, za sedmero eskalátory a sedmero jezdícími dveřmi na fotobuňku byla malá budka. Do budky se se železnou pravidelností každé ráno šoural loudavým krokem čistě oblečený a lehce navoňaný skřítek jménem Šuflík. Šuflík ráno přišel, zadal na budce svoje supertajné heslo na panelu elektricky ovládaných dveří a usedl na točící židli, telefon po levé ruce a terminál po pravé ruce. Ještě je čas, tak si skřítek Šuflík z batohu vyndal svačinu a snědl jogurt.

Z ničeho nic se rozezněl telefon. Šuflík: „Haló, tady vrátnice!“ „Šuflíku prosím vás dnes bychom potřebovali jenom samé bohaté a hodné lidi!“ „Provedu!“

Budka byla v takovém menším sále. Po levé straně byla různá hejblátka a udělátka, která byla očividně napojena na prostřední část sálu, stejně jako budka na pravé straně. Od prostředka vedly svěšené řetězy na stojanech tak, že sálem šlo projít přes jediné místo, jediný bod. Tím bodem byl kouzelný turniket. Turniket hrál všemi barvami a občas se jen tak pro radost bez vstupních dat roztočil (jenom když zrovna nikdo nešel). Šuflík ho měl z vyvýšené budky jako na dlani.

V budce byl na stole terminál pro ovládání turniketu. Jelikož však nikdo nevěděl o návštěvnících víc, než turniket a jeho hejblátka a udělátka, na terminálu bylo možné navolit pouze jak se má turniket chovat, ne koho konkrétně pustit. No a vzhledem k tomu, že šéfové Šuflíka byli takoví „jednodušší“, tak dokázali rozlišovat jenom, jestli se chtějí setkat s lidmi bohatými nebo chudými, hodnými nebo zlými. No a my si teď vysvětlíme základní pravidla ovládání turniketu.

Určitě jste byli malí, menší než teď. Rozlišovali jste lidi na hodné a zlé, bohaté a chudé, používali jste různé opačné vlastnosti. Řekli jste “Ten pán je hodný a bohatý”, nebo “Je hodný (a)nebo bohatý” (bez čárky), nebo “Je hodný, nebo bohatý” (s čárkou). V prvním případě je pán jak hodný, tak bohatý. V druhém případě je buď jenom hodný, nebo jenom bohatý, nebo obojí. Ve třetím případě je buď hodný, nebo bohatý, ale ne obojí. Ať je to česky jakkoliv, takto to bude fungovat v našem textu! Možná to nevíte, ale použili jste logické spojky AND, OR a XOR. No vidíte, umíte logiku! Ale...

Teď je čas, abyste se mrkli na krátké video. [AND, OR a XOR na YouTube \(klikni\)](#)

2) Systém, vstupy, výstupy

Dnešní pracovní den byl pro Šuflíka naprostou pakárnou. Přišlo 1000 lidí a jak chodili k turniket, tak turniket vyhodnocoval. Šuflík ráno nastavil turniket na „AND“ (a) a hodně lidí turniket nepustil. V poledne Šuflíkovi volali šéfové a chtěli po něm, aby přenastavil turniket na „XOR“ (exkluzivní nebo), buď jenom bohaté (a tedy zlé), nebo jenom hodné (a tedy chudé). To už turniket pouštěl celkem dost lidí. No a v průběhu odpoledne se šéfové nudili, tak řekli Šuflíkovi, ať nastaví „OR“ (nebo). To už turniket pouštěl hodně lidí. Naštěstí Šuflíkovi brzo skončila směna.

Sestrojíme kouzelný turniket, který pozná, jestli chce projít bohatý, nebo chudý člověk, hodný, nebo zlý. Co teď? Naučíme (naprogramujeme) turniket rozpoznávat nejen jednotlivé vlastnosti (vstupy), ale také jejich vztahy mezi sebou. Naučíme turniket "a", "(a)nebo" a "nebo" (exkluzivní - výlučné nebo s čárkou ve větě). Hodný a bohatý, hodný (a)nebo bohatý, hodný, nebo bohatý.

Šuflík dnes má kontrolní den! Výjimečně nesedí v budce, je v terénu. Šéfové mu nařídili ať na vzorku 12ti lidí ověří "a" (AND), na vzorku 23 lidí "(a)nebo" (OR) a na vzorku 34 lidí "nebo" (XOR). Šuflík tedy svolal hloučky lidí po kterých by chtěl, aby zkusili projít. Takže 12 lidí - 12-krát "a", 23-krát "(a)nebo" a 34-krát "nebo".

Dvanáctkrát použij "a" na ověření vlastností podle pravidel, dvacetčtyřikrát použij "(a)nebo" a třicetčtyřikrát použij "nebo".

Vezmeme to po jednom. Jsou vždy 4 možnosti: ani hodný ani bohatý (tedy zlý a chudý), jenom hodný (a chudý), jenom bohatý (a zlý) a hodný i bohatý.

Šuflík navolí "a" (AND). Pokud Šuflíkovi zkusí projít turniketem člověk, který není hodný (a)nebo není bohatý, je to proti pravidlům a turniket ho nepustí. Dejme tomu, že turniketem projdou dva lidé.

Teď Šuflík odběhl nastavit OR. 23-krát "(a)nebo". Může projít člověk bohatý, ale zlý, nebo hodný, ale chudý, nebo hodný a bohatý. Dejme tomu, že projde 19 lidí.

No a na závěr Šuflík použil logickou spojku XOR - exkluzivní nebo - nebo s čárkou ve větě. Když člověk bude hodný, už nemůže být bohatý, bohatý nemůže být hodný.

Projde dejme tomu 16 lidí z 34.

Zdá se vám to složité? Ve skutečnosti jsme v nastavení turniketu udělali pořádek. Zavedli jsme systém se dvěma vstupy a jedním výstupem. O vstupech a výstupu říkáme, že jsou binární, pokud nabývají dvou různých možných hodnot [0,1]. Ve skutečnosti dosazujeme hodnoty [hodný, zlý] do logické proměnné *dobrotivost* a [bohatý, chudý] do proměnné *jmění* a pokud je takové dosazení podle pravidel, která jsme si před chvílí řekli, vyhodnotí se systém jako pravda (opakem je nepravda). Hodný člověk má hodnotu *dobrotivosti* 1, zlý 0. Bohatý člověk má hodnotu proměnné *jmění* 1, chudý 0. Když tedy budeme zkoušet vždy všechny 4 možnosti [00,01,10,11], zjistíme, že možností pravdivého a nepravdivého vyhodnocení je ve skutečnosti překvapivě hodně. Turniket zkoušel dosadit *dobrotivost* (vstup) a *jmění* (další vstup) do pravdivostní tabulky (to je tabulka, která popisuje pravidla, která jsme si řekli před chvílí) a když mu vyšla (na výstupu) pravdivá hodnota, vyhodnocení se zdařilo a osoba může projít.

Pravdivostní tabulka AND

dobrotivost	jmění	dobrotivost a jmění
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A to jako nemůžeme pustit prostě bohatého zlého člověka?!

Kvůli této velice jednoduché otázce se musíme zastavit u zhuštěné terminologie (ná-zvosloví) pokročilejší logiky.

3) Závislost, negace, tautologie, kontradikce

Šuflík další den nepřišel do práce. Vždycky když jde z práce domů, nastaví turniket na kontradikci. To znamená, že neprojde (na základě obvyklých vstupů) nikdo. No a hned mu volali šéfové, že dneska berou všechny. Šuflík tedy nastavil turniket na tautologii.

Speciální přání šéfů z dalšího dne už Šuflíka nemohlo vůbec překvapit, šéfové chtěli jenom chudé lidi. I s tím se Šuflík hravě vypořádal.

Ani další den Šuflíka šéfové nepřekvapili, chtěli jen bohaté a zlé lidi. Šuflík usedl k terminálu, zmáčkl pár tlačítek určených k ovládní turniketu, zatočil kolečkem a měl zas na 2 hodiny klid.

Všimněme si prosím, že všechny tři dosud poznané logické spojky, které jsme použili, jsou závislé na dvou vstupech. Dobrotivosti a jmění. O takových spojkách říkáme, že jsou to binární (dva vstupy) operátory. Symbolicky je zapíšeme jako $D * J$ (AND), $D + J$ (OR) a $D \oplus J$ (XOR). Náš turniket při rozhodování koho pustit zatím dosazuje jenom do rovnic $D * J = 1$, $D + J = 1$ a $D \oplus J = 1$.

Co ten bohatý zlý člověk? Máme v tom pořádek, takže můžeme rovnou přejít k rovnici.

$$!D * J = 1$$

Ten vykřičník je negace. Operátor závislý na jednom vstupu. Nechci hodného, chci zlého.

Je velmi důležité si uvědomit, že kromě negací proměnných existují také negace celých funkcí. Můžete si je představit tak, že k nalezení negace funkce stačí negovat prostě výstup. NAND, NOR, XNOR a další...

Jistě si teď dokážete z negací (unárních operátorů, s jedním operandem) a spojek (binárních operátorů, se dvěma operandy) poskládat libovolné typy lidí s libovolnými vlastnostmi. Šest z 5ti matematiků doporučuje používat závorky. Neodpustili byste mi ale kdybych pro úplnost nedoplnil tautologii a kontradikci.

Představte si, že chcete nad systémem se dvěma vstupy docílit stavu, kdy pravdivý výstup není závislý na žádném ze vstupů. Tomuto stavu se říká tautologie (TAU) a představit si ho můžeme jako stav, kdy turniket pustí kohokoliv.

Kontradikce (na výstupu nepravda bez ohledu na vstupy, CON) je ... když se turniket “rozbije” a nepustí nikoho.

Jistě si snadno představíte, že se tautologie a kontradikce chovají zcela stejně bez ohledu na počet vstupů. O tautologii a kontradikci říkáme, že je závislá na nula vstupech. Existují také funkce, které jsou závislé jen na jednom vstupu (přestože existují dva). Těm říkáme „buffer“ [bafɾ] a přenáší jeden ze vstupů rovnou na výstup. Abychom na nic nezapomněli, řekneme, že existují také negované buffery, stručněji řečeno ... negace vstupu. I tyto relace jsou závislé na jednom jediném vstupu (relace stručně: obecnější pojmenování pro funkce, tato problematika je nad rámec této publikace).

Na závěr našeho pojednání si pojmenujeme některé složené výrazy:

$D \oplus !J$... dobrotivost ve vztahu XOR k negaci jmění

$!D$... negace dobrotivosti

$(!D * J) + (D * !J)$... negace dobrotivosti a jmění nebo dobrotivost a negace jmění (takto se dá zapsat XOR ;)

0 ... kontradikce

1 ... tautologie

Pro velmi zvědavé: existují takzvané de Morganovy zákony, které umožňují nahrazovat podle určitých pravidel kombinace negací, and a or mezi sebou.

4) Co teď s tímto arzenálem znalostí?

Víme, že číst o logice je hodně náročné řemeslo, takže jsme si dovolili připravit šikovnou pomůcku. Je jí stavebnice postavená kolem obvodu jménem AllGah! [olga] (neplést s Alláhem, tomu se do práce snažíme neplést...). AllGah! umí nad dvěma vstupy a jedním výstupem všech 16 konfigurací závislých jak na 0, tak 1 a 2 vstupech. Použijte rotační přepínač pro výběr konfigurace a zkuste na tlačítkách (představte si vlastnosti) zjistit, jestli jste vše pochopili.

Tyto znalosti využijete při dalším studiu matematiky, programování a technických věd.

Děkujeme

PŘÍLOHA - NASTAVENÍ ALLGAH!

0 - AND (D a J)

1 - NAND (všechno, jen ne D a J)

2 - OR (D a-nebo J)

3 - NOR (ani D ani J)

4 - XOR (jenom D, nebo jenom J)

5 - XNOR (buď D a J, nebo ani D ani J, ekvivalence)

6 - CON (kontradikce)

7 - TAU (tautologie)

8 - BUFA (přenos vstupu D - buffer D)

9 - NOTA (negace vstupu D - not D)

a - BUFB (přenos vstupu J - buffer J)

b - NOTB (negace vstupu J - not J)

c - AIB (D implikuje J, $D \Rightarrow J$)

d - ANB (negovaná implikace D na J, $!D \Rightarrow !J$)

e - BIA (J implikuje D, $J \Rightarrow D$)

f - BNA (negovaná implikace J na D, $!J \Rightarrow !D$)

Pravdivostní tabulka AND a NAND

A	B	A AND B	A NAND B
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Pravdivostní tabulka OR a NOR

A	B	A OR B	A NOR B
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Pravdivostní tabulka XOR a XNOR

A	B	A XOR B	A XNOR B
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Pravdivostní tabulka Tautologie a Kontradikce

A	B	TAUT (1)	CONT (0)
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Buffery [bafry] a negace

A	B	BUFA	NOTA	BUFB	NOTB
0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	1	0

Implikace (nejsou příliš často používány)

A	B	AIB	ANB	BIA	BNA
0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0

